

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева
(Самарский университет)

Естественнонаучный институт
Физический факультет
Кафедра общей и теоретической физики

Выпускная квалификационная работа
по теме

**Ассоциативное рождение J/ψ -мезонов и фотонов при энергиях
коллайдера NICA**

По направлению подготовки 03.03.02 Физика
(уровень бакалавриата)
направленность (профиль) Физика

Обучающийся _____ Алимов Л.Э.

Руководитель ВКР
д.ф.-м.н., профессор _____ Салеев В.А.

Самара, 2022 г.

Реферат

Выпускная квалификационная работа бакалавра: 33 с., 21 рисунок, 13 источников, 3 приложения.

ТЯЖЕЛЫЕ КВАРКОНИИ, ЧАРМОНИЙ, ПАРТОННАЯ МОДЕЛЬ, КВАНТОВАЯ ХРОМОДИНАМИКА, МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО, CUBA, SPD NICA, ПАРТОННЫЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.

Целью данной работы является теоретическое предсказание дифференциальных сечений и корреляций в ассоциативном рождении J/ψ -мезонов и фотонов при энергии столкновения $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, с учетом процессов дающих наибольший вклад в сечение рождения.

В первой главе представлен краткий обзор квантовой хромодинамики, описание частиц мезонов и чармониев.

Во второй главе рассмотрены используемые для расчетов модели: коллинеарная партонная модель, обобщенная партонная модель, модель цветowych синглетов.

В третьей главе приведены выводы аналитических формул кинематики для процессов $2 \rightarrow 1$ и $2 \rightarrow 2$, выписаны кинематические инварианты Мандельштама для процесса $2 \rightarrow 2$, указан численный метод расчета многомерных интегралов.

В четвертой главе приведено численное подтверждение асимптотической сходимости обобщенной партонной модели к коллинеарной партонной модели. Рассчитано распределение событий по поперечному импульсу фотона и на основе этого делается вывод, что фотоны рожденные от распада P-волновых состояний, не регистрируются. Выделены основные процессы, дающие существенный вклад в сечение ассоциативного рождения $J/\psi + \gamma$. Приведены результаты расчетов дифференциальных сечений по поперечным импульсам, быстротам и инвариантной J/ψ -мезонов и фотонов, а также приведены результаты расчета корреляций по разности быстрот, азимутальных углов и по полному поперечному импульсу. Приведены результаты расчета вариации по феноменологическому параметру обобщенной партонной модели $\langle q_T^2 \rangle$.

Содержание

1	Введение в теорию КХД и тяжелых кваркониев	5
1.1	Квантовая хромодинамика	5
1.2	Мезоны и тяжелые кварконики	6
2	Используемые модели	7
2.1	Партонные функции распределения	7
2.2	Коллинеарная партонная модель и обобщенная партонная модель	9
2.3	Модель цветовых синглетов	10
3	Кинематика рассматриваемых процессов	11
3.1	Процесс $2 \rightarrow 1$	11
3.2	Процесс $2 \rightarrow 2$	12
3.3	Численное интегрирование методом Монте-Карло	14
4	Результаты	15
4.1	Асимптотическая сходимость ОПМ к КПМ	15
4.2	Распределение событий по $p_{T\gamma}$ в распадах Р-волновых состояний	15
4.3	Выделение основного вклада	17
4.4	Предсказания при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ	18
4.5	Вариация параметра ОПМ $\langle q_T^2 \rangle$	19
5	Выводы	19
6	Приложения	22
6.1	Приложение А. Константы	22
6.2	Приложение Б. Матричные элементы	22
6.3	Приложение В. Рисунки, результаты расчетов	24

Введение

Предсказания процессов на основе квантовых теорий полей и в частности квантовой хромодинамики (КХД) всегда были важны для подтверждения теорий и уточнения областей теории, которые не удалось полностью описать аналитически из первопринципов. Сравнение теоретических предсказаний с экспериментальными данными позволяет вычислять различные феноменологические параметры теорий и распределения, например партонные функции распределения. В данной работе, проводится теоретическое предсказание ассоциативного рождения J/ψ -мезонов и фотонов γ при энергии ($\sqrt{s} = 27$ ГэВ) будущего эксперимента коллаборации SPD NICA. В эксперименте планируется проводить столкновение пучков протонов при максимальной энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ. Для теоретического расчета важно учесть кинематические экспериментальные ограничения установки $|y_{J/\psi, \gamma}| < 3, 0 < q_{TJ/\psi} < 6, 2 < q_{T\gamma} < 6$.

Цели работы:

- Теоретическое предсказание дифференциальных сечений по поперечным импульсам ($q_{TJ/\psi}, q_{T\gamma}$), быстрой ($y_{J/\psi}, y_\gamma$) и инвариантной массе ($M = (q_{J/\psi} + q_\gamma)^2$) J/ψ -мезонов и фотонов.
- Изучение корреляций по разности быстрой, азимутальных углов и по полному поперечному импульсу J/ψ -мезонов и фотонов.
- Получение теоретической погрешности, связанной с неопределенностью жесткого масштаба (вариация жесткого масштаба фактором 2).
- Исследование вариаций по феноменологическому параметру обобщенной партонной модели $\langle q_T^2 \rangle$.

Актуальность работы:

- Теоретические предсказания необходимы для подтверждения используемых моделей (модели цветных синглетов, коллинеарной и обобщенной партонных моделей), на основе будущих экспериментальных данных.
- Уточнение обобщенных партонных функций распределений, путем уточнения феноменологического коэффициента $\langle q_T^2 \rangle$ на основании исследований корреляций, приближает нас к лучшему пониманию структуры адронов, а также к более точному описанию непертурбативных процессов КХД.

Научная новизна:

- Теоретические предсказания ассоциативного рождения J/ψ -мезонов и фотонов выполняются впервые для будущего эксперимента коллаборации SPD NICA при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ.

1 Введение в теорию КХД и тяжелых кваркониев

1.1 Квантовая хромодинамика

Квантовая хромодинамика (КХД) - неабелева теория поля с группой симметрии $SU(3)$. Частицы теории называются кварками и глюонами. Кварки являются составными частями адронов (протонов, нейтронов, мезонов). В сравнении с квантовой электродинамикой, аналогично заряду электрическому, в КХД существует параметр, называемый цветовым зарядом. Между частицами, имеющими цвет происходит сильное взаимодействие, переносчиками которого являются глюоны. За время существования КХД было получено много экспериментальных подтверждений этой теории. [1]

КХД обладает несколькими характерными свойствами:

- Проблема конфаймента. Это свойство аналитически не доказано, но существует большое количество подтвержденных экспериментально следствий. Сила взаимодействия двух цветных зарядов при их разделении постоянна, энергия взаимодействия возрастает до тех пор, пока спонтанно не образуется пара $c\bar{c}$. Исходный адрон становится парой адронов и свободный цветовой заряд не появляется [2]. Таким образом, невозможно наблюдать свободный цветовой заряд.
- Асимптотическая свобода. Сила взаимодействия между кварками и глюонами уменьшается при уменьшении масштаба длинны и соответственно увеличении энергетического масштаба взаимодействия. Благодаря чему, на малом масштабе длинны кварки асимптотически свободны. Свойство асимптотической свободы было открыто в 1973 году Дэвидом Гроссом и Фрэнком Вильчеком [3] и в том же году Дэвидом Политцером [4].

Лагранжиан квантовой хромодинамики [5]:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}tr[G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}] + \sum_k \bar{q}_k(i\gamma^\mu(\partial_\mu - igA_\mu) - m_k)q_k$$

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu, A_\nu], \quad A_\mu = \sum_{a=1}^8 A_\mu^a \frac{\lambda^a}{2},$$

где q_k - поле кварков с дополнительной степенью свободы ароматом ($k = u, d, s, c, b, t$), m_k - массы кварков с ароматом k , λ^a - генераторы группы $SU(3)$ с коммутатором $[\lambda^a, \lambda^b] = 2i \sum_{c=1}^8 f^{abc} \lambda^c$, f^{abc} - структурные константы, которые можно задать как:

$$f^{123} = 1, \quad f^{458} = f^{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad f^{147} = f^{165} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{376} = \frac{1}{2}$$

Тяжелыми кварками называют c, b, t кварки, так как их масса сильно превосходит массу легких кварков u, d, s .

Кварки участвуют в сильном взаимодействии, но также из-за наличия у кварков электромагнитного заряда кварки участвуют в электромагнитном взаимодействии в рамках квантовой электродинамики.

В рамках пертурбативной КХД возможно разложение амплитуды вероятности перехода в ряд по константе сильного взаимодействия α_s . Применима также техника амплитуд Фейнмана. Правила Фейнмана для КХД содержат 4 вершины, 2 пропагатора и внешние линии (Рис. 1).

1.2 Мезоны и тяжелые кварконии

Мезонами называют связанные состояния кварков (адроны), барионный заряд которых равен нулю. Барионный заряд задается выражением $B = (N_q - N_{\bar{q}})/3$, где $N_q, N_{\bar{q}}$ - количество кварков и анти-кварков, составляющих адрон. Существование мезонов впервые было предсказано японским физиком Юкавой в 1934 году в работе о взаимодействии нуклонов посредством гипотетических частиц - пионов π^0 (π^0 -мезонов).

Тяжелыми кваркониями называют связанное состояние двух тяжелых кварков одного аромата, так как результирующая частица должна быть бесцветной. В данной работе рассматриваются различные состояния $H(c\bar{c})$ связанных c -кварка и его анти-кварка (\bar{c}). Частицы, которые называют $J/\psi, \chi_{c0}, \chi_{c1}, \chi_{c2}, \psi(2S)$ - это всё различные состояния связанной пары $c\bar{c}$. Подобно обозначениям уровней водородоподобного атома для обозначения состояний $H(c\bar{c})$ используют спектроскопическую нотацию $n^{2s+1}L_J$. Так J/ψ в спектрографической записи будет 1^3S_1 -состоянием, $\chi_{cj}[2^3P_j], \psi(2S)[2^3S_1]$.

$$\begin{aligned}
\text{Diagram 1: } & \text{Wavy line from } a, \alpha \text{ to } b, \beta \text{ with momentum } p \text{ above it.} & = & \delta^{ab} \frac{-i g^{\alpha\beta}}{p^2 + i\epsilon} \\
\text{Diagram 2: } & \text{Dashed line from } a \text{ to } b \text{ with momentum } p \text{ above it.} & = & \delta^{ab} \frac{i}{p^2 + i\epsilon} \\
\text{Diagram 3: } & \text{Solid line from } i, n \text{ to } k, m \text{ with momentum } p \text{ above it.} & = & \delta^{ik} \frac{i}{\not{p} - m + i\epsilon} \Big|_{mn} \\
\text{Diagram 4: } & \text{Triangle loop with wavy lines. Top vertex: } b, \beta \text{ (outgoing), } q \text{ (loop). Bottom-left: } a, \alpha \text{ (incoming), } p \text{ (loop). Bottom-right: } c, \gamma \text{ (outgoing), } r \text{ (loop).} & = & g f^{abc} [g^{\alpha\beta} (p - q)^\gamma + g^{\beta\gamma} (q - r)^\alpha + g^{\gamma\alpha} (r - p)^\beta] \\
\text{Diagram 5: } & \text{Box loop with wavy lines. Left side: } a, \alpha \text{ (incoming), } a, \alpha \text{ (outgoing). Right side: } c, \gamma \text{ (incoming), } c, \gamma \text{ (outgoing). Top: } b, \beta \text{ (incoming), } b, \beta \text{ (outgoing). Bottom: } d, \delta \text{ (incoming), } d, \delta \text{ (outgoing).} & = & -i g^2 f^{xac} f^{xbd} (g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta} - g^{\alpha\delta} g^{\beta\gamma}) \\
& & & -i g^2 f^{xad} f^{xbc} (g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta} - g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta}) \\
& & & -i g^2 f^{xab} f^{xcd} (g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} - g^{\alpha\delta} g^{\beta\gamma}) \\
\text{Diagram 6: } & \text{Vertex with wavy line } a, \alpha \text{ (incoming), dashed lines } b \text{ and } c \text{ (outgoing), momentum } q \text{ above.} & = & -g f^{abc} q^\alpha \\
\text{Diagram 7: } & \text{Vertex with wavy line } a, \alpha \text{ (incoming), solid lines } i, n \text{ and } k, m \text{ (outgoing).} & = & i g \lambda_{ki}^a \gamma_{mn}^\alpha
\end{aligned}$$

Рис. 1: Правила Фейнмана в квантовой хромодинамике.

2 Используемые модели

2.1 Партонные функции распределения

Прежде чем говорить о партонной модели необходимо сказать о партонных функциях распределения, которые определяются как плотность вероятности нахождения партона в адроне с определенной долей x_i продольного импульса адрона. Партонные функции распределения позволяют описывать непертурбативные части процессов КЭД и КХД. Партонные функции распределения были введены в КЭД, как решения уравнений Грибова-Липатова, которые были записаны в 1972 году. Позднее, в 1977 уравнения были обобщены на КХД Альтерелли и Паризи, одновременно с ними это сделал Докшицер, так уравнения эволюции гпартонных функций при изме-

нении жесткого масштаба стали называть уравнения ДГЛАП (Докшицера-Грибова-Липатова-Альтерелли-Паризи). В отличие от КЭД в КХД существует явление конфаймента, которое говорит что партонны не могут наблюдаться как свободные частицы. Как следствие невозможно поставить явные начальные условия для уравнений ДГЛАП, следовательно плотности партоннов не могут быть найдены явно. Но партонные функции распределения можно извлечь из экспериментальных данных, в которых рассматривались непертурбативные процессы. Например, процессы глубоко неупругого рассеяния лептона на адронах. [6]

В данной работе в качестве коллинеарных партонных функций мы используем MSTW 2008 в лидирующем порядке теории возмущения. MSTW 2008 - это партонные функции распределения, которые были построены коллаборацией MSTW на основе партонных функций MRST и данных коллабораций CCFR, NuTeV и Tevatron. [7]

Как известно в КХД константа связи α_s зависит от масштаба. [5] Явную зависимость можно найти решая уравнение ренормализационной группы разложением β -функции по степеням константы связи:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{(11 - \frac{2}{3}n_f) \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}},$$

где n_f - количество ароматов кварков в теории, Λ - характерный масштаб КХД. Численное выражение предоставляется пакетом MSTW 2008.

Обобщенные партонные функции распределения - это обобщение коллинеарных партонных функций распределения. Обобщенные функции получены путем представления распределений партоннов как функций большего количества переменных, таких как поперечный импульс и спин партона. В частности, в обобщенной партонной модели, приходится использовать партонные функции, с дополнительной переменной - поперечным импульсом начального партона. Используемые нами в обобщенной партонной модели обобщенные партонные функции были получены одним из простых предположений о модификации коллинеарных партонных функций, а именно "размазкой" распределением Гаусса:

$$F(x_i, q_{iT}, Q) = \frac{e^{-\frac{q_{iT}^2}{\langle q_T^2 \rangle}}}{\pi \langle q_T^2 \rangle} f(x_i, Q)$$

Параметр $\langle q_T^2 \rangle$ для распределения глюонов в протоне экспериментально оценивается примерно в 1 ГэВ². [9]

Коллинеарные партонные функции распределения партона восстанавливаются путем устремления к пределу дополнительных переменных в обобщенных партонных функциях распределе-

ния.

2.2 Коллинеарная партонная модель и обобщенная партонная модель

Партонная модель была впервые предложена Ричардом Фейнманом в 1969 году. Основной идеей партонной модели является рассмотрение адрона в системе с бесконечным импульсом. При таком приближении можно представить пару взаимодействующих адронов в виде облаков невзаимодействующих партонов. Если время взаимодействия много меньше времени жизни виртуального состояния, то партоны можно рассматривать, как свободные частицы и считать, что от каждого адрона во взаимодействии участвуют по одному партону. Каждый партон несет долю импульса адрона с некоторой вероятностью, которая описывается партонными функциями распределения. Считается, что все партоны одного адрона когерентны, то есть, если взаимодействия не произошло, то сумма когерентных волн партонов снова образуют изначальный адрон, но если взаимодействие произошло, то изначальный адрон распадается на не когерентные партоны, которые в последствии адронизируются.

Приближение партонов как свободных частиц порождает дополнительное условие "начальные партоны находятся на массовой поверхности". Так как глюоны - частицы безмассовые и по сравнению с энергией столкновения $\sqrt{s} = 27$ ГэВ можно пренебречь массой легких кварков u, d, s кварков, тогда условие запишется: $q_1^2 = q_2^2 = 0$.

Центральной теоремой партонной модели является теорема о факторизации, которая гласит, что сечение взаимодействия адронов можно выразить через сечение взаимодействия партонов в виде свертки с партонными функциями распределения. Приближение нулевых поперечных импульсов партонов называют коллинеарной факторизацией или коллинеарной партонной моделью (КПМ). Для КПМ импульсы партонов выражаются через импульсы адронов в виде $q_1^\mu = x_1 P_1^\mu, q_2^\mu = x_2 P_2^\mu$, здесь x_1, x_2 - доля импульса которую "уносит" партон. [8] Теорема о факторизации для коллинеарной факторизации записывается как:

$$\sigma(A + B \rightarrow C + D) = \sum_{a,b=q,\bar{q},g} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 f(x_1, Q) f(x_2, Q) \hat{\sigma}(a + b \rightarrow c + d), \quad (1)$$

где суммирование проводится по типам партонов начальных частиц, то есть по кваркам всех ароматов и глюону, $f(x_i, Q)$ - коллинеарные партонные функции распределения, $d\hat{\sigma}$ - сечение партонного процесса, Q - жесткий масштаб.

Обобщенная партонная модель (ОПМ) является феноменологическим обобщением коллинеарной партонной модели. Обобщение заключается в том, что начальные партоны могут иметь малый поперечный импульс $q_1^\mu = x_1 P_1^\mu + q_{1T}^\mu$, $q_2^\mu = x_2 P_2^\mu + q_{2T}^\mu$, но в таком случае не будет выполняться условие ”начальные партоны на массовой поверхности”. Поэтому, чтобы удовлетворить условию, проводят модификацию связи импульсов $q_1^\mu = x_1 P_1^\mu + y_1 P_2^\mu + q_{1T}^\mu$, $q_2^\mu = x_2 P_2^\mu + y_2 P_1^\mu + q_{2T}^\mu$ [9]. Подбирая свободные параметры y_1, y_2 можно удовлетворить условию, но тогда возникает перемешивание импульсов, то есть импульс q_1 зависит от P_2 и q_2 от P_1 , что вносит в теорию дополнительные трудности. Например, теперь, чтобы пучки сталкивались, необходимо явно учитывать условие $q_1^3 > 0$, $q_2^3 < 0$. Теорема о факторизации для ОПМ выражается в формуле:

$$\sigma(A+B \rightarrow C+D) = \sum_{a,b=q,\bar{q},g} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int d^2 q_{1T} \int d^2 q_{2T} F(x_1, q_{1T}, Q) F(x_2, q_{2T}, Q) \hat{\sigma}(a+b \rightarrow c+d) \quad (2)$$

2.3 Модель цветowych синглетов

В данной работе рассматривается рождение чармониев, которое происходит, вообще говоря, непертурбативно. Постулируется, что весь процесс рождения можно разделить на 2 этапа: процесс рождения пары тяжелых кварков $c\bar{c}$, рассматриваемый как пертурбативный процесс, и непертурбативную часть, связывание пары $c\bar{c}$ в некоторое состояние чармония.

Чтобы описать непертурбативную часть вводится ряд предположений. Поскольку рассматриваются только связанные состояния тяжелых c кварков, их скорость в мезоне должна быть небольшой. Предполагается, что мезон состоит из пары кварк и анти-кварк, которые находятся в состоянии покоя в системе отсчета, связанной с мезоном (статическое приближение). Также постулируется, что цвет не изменяется во время перехода пары $c\bar{c}$ в связанное состояние $H(c\bar{c})$. Так как конечное состояние должно получиться бесцветным, требуется, чтобы пара $c\bar{c}$ родилась в синглетном состоянии по цвету. Данное приближение называется ”модель цветowych синглетов”(CSM).

3 Кинематика рассматриваемых процессов

В системе центра масс взаимодействующих пучков для коллинеарной факторизации можем записать q_1^μ, q_2^μ в виде:

$$q_1^\mu = \left(x_1 \frac{\sqrt{s}}{2}, \vec{0}, x_1 \frac{\sqrt{s}}{2} \right); \quad q_2^\mu = \left(x_2 \frac{\sqrt{s}}{2}, \vec{0}, -x_2 \frac{\sqrt{s}}{2} \right) \quad (3)$$

Для ОПМ в системе центра масс взаимодействующих пучков, отыскав y_1, y_2 из условия $q_1^2 = q_2^2 = 0$, также можем записать в явном виде q_1^μ, q_2^μ :

$$q_1^\mu = \left(x_1 \frac{\sqrt{s}}{2} + \frac{q_{1t}^2}{2\sqrt{s}x_1}, \vec{q}_{1T}, x_1 \frac{\sqrt{s}}{2} - \frac{q_{1t}^2}{2\sqrt{s}x_1} \right); \quad q_2^\mu = \left(x_2 \frac{\sqrt{s}}{2} + \frac{q_{2t}^2}{2\sqrt{s}x_2}, \vec{q}_{2T}, -x_2 \frac{\sqrt{s}}{2} + \frac{q_{2t}^2}{2\sqrt{s}x_2} \right) \quad (4)$$

3.1 Процесс $2 \rightarrow 1$

Процессы $2 \rightarrow 1$ необходимо рассматривать для исследования механизма ассоциативного рождения J/ψ -мезонов и фотонов, выраженного в виде процесса $g + g \rightarrow \chi_{c0,2}, \chi_{c0,2} \rightarrow J/\psi + \gamma$. Получим аналитическую формулу полного сечения для процесса $2 \rightarrow 1$.

Следуя теории рассеяния полное сечение партонного процесса запишется, как:

$$\hat{\sigma} = \int (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q_3) \frac{|\bar{M}|^2}{J} \frac{d^3 q_3}{(2\pi)^3 2q_3^0},$$

где $J = 4\sqrt{(q_1 q_2)^2 - m_1^2 m_2^2}$, $|\bar{M}|^2$ - амплитуда рассеяния, вычисленная с использованием ковариантно-нормированных волновых функций. Амплитуда рассеяния $|\bar{M}|^2$ отыскивается с помощью правил Фейнмана, в частности для реакций с участием тяжелых кваркониев, из-за непертурбативного характера реакции, в дополнение уточняется механизм адронизации.

Получим мастер-формулу для сечения реакции $2 \rightarrow 1$ в обобщенной партонной модели. Используем соотношение $d^3 q_3 / 2q_3^0 = \int \delta(q_3^2 - m_3^2) d^4 q_3$ и снимем интегрирование по $d^4 q_3$ по определению дельта функции:

$$\hat{\sigma} = 2\pi \delta((q_1 + q_2)^2 - m_3^2) \frac{|\bar{M}|^2}{J}$$

Допустим, все начальные партоны одного типа, тогда сечение процесса запишется:

$$\sigma(A+B \rightarrow C) = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int d^2 q_{1T} \int d^2 q_{2T} F(x_1, q_{1T}, Q) F(x_2, q_{2T}, Q) 2\pi \delta((q_1 + q_2)^2 - m_3^2) \frac{|\bar{M}|^2}{J}$$

Выпишем отдельно аргумент дельта-функции N , раскрывая квадрат и учитывая явный вид $q_1^{(0,3)}, q_2^{(0,3)}$:

$$N = (q_1 + q_2)^2 - m_3^2 = 2q_1q_2 = 2(q_1^0q_2^0 - q_1^3q_2^3 - q_{1T}q_{2T} \cos \phi_2) - \frac{2}{3} = \\ x_1x_2s + \frac{q_{1T}^2q_{2T}^2}{x_1x_2s} - 2q_{1T}q_{2T} \cos \phi_2 - m_3^2$$

Возвращаясь к сечению, с помощью оставшейся дельта-функции снимем интеграл по x_2 :

$$\sigma(A + B \rightarrow C) = \int_0^1 dx_1 \int d^2q_{1T} \int d^2q_{2T} F(x_1, q_{1T}, Q) F(x'_2, q_{2T}, Q) \frac{2\pi |\bar{M}|^2}{J \frac{\partial N}{\partial x_2} \Big|_{x_2=x'_2}},$$

где x'_2 - это решение уравнения $N(x_2) = 0$.

Заметим, что $J = 4\sqrt{(q_1q_2)^2 - m_1^2m_2^2} \simeq 2(q_1 + q_2)^2$. Подынтегральное выражение не зависит от угла ϕ_1 , по нему можно легко проинтегрировать:

$$\sigma(A+B \rightarrow C) = \int_0^1 dx_1 \int d^2q_{1T} \int d^2q_{2T} \int d\phi_2 F(x_1, q_{1T}, Q) F(x'_2, q_{2T}, Q) \frac{2\pi^2 |\bar{M}|^2}{(arg + m_3^2) \frac{\partial arg}{\partial x_2} \Big|_{x_2=x'_2}} q_{1T}q_{2T} \quad (5)$$

3.2 Процесс $2 \rightarrow 2$

Кинематика процесса $2 \rightarrow 2$ используется для большого количества механизмов исследуемого ассоциативного рождения, поэтому мы посчитали необходимым привести кинематическую схему (Рис. 2). Если состояние $H(c\bar{c}) = J/\psi$, то нет необходимости описывать дальнейший распад $H(c\bar{c}) \rightarrow J/\psi + X$ или $H(c\bar{c}) \rightarrow J/\psi + \gamma$ в зависимости от мягкости фотонов.

Кинематика взаимодействия две частицы в две может быть однозначно описана двумя любыми инвариантами из набора Лоренцевских инвариантов, которые были введены в 1958 году физиком Стенли Манделштамом. В последствии этот набор назвали переменными Манделштама.

$$\begin{cases} \hat{s} = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \\ \hat{t} = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \\ \hat{u} = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 \end{cases} \quad (6)$$

Каждый из инвариантов в наборе представляет собой полную энергию двух соответствующих частиц в системе покоя их центра масс.

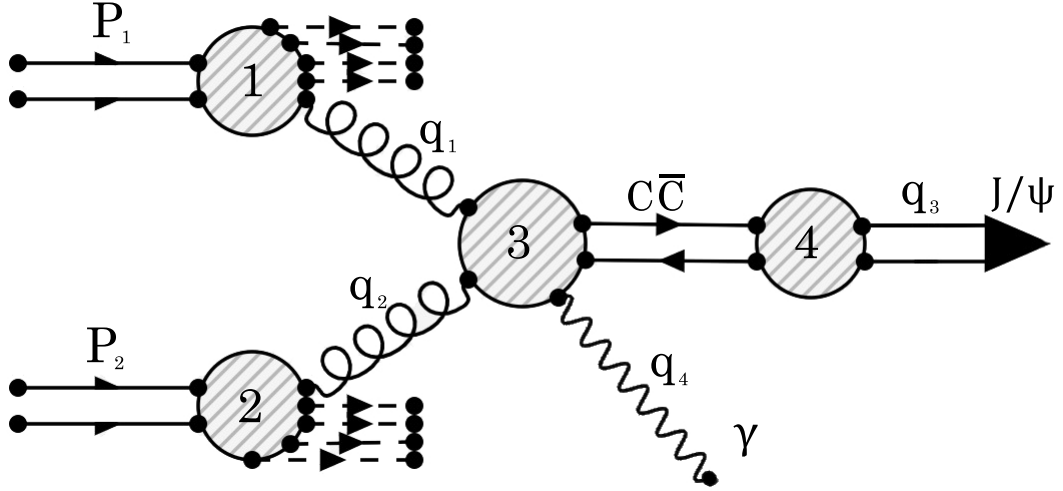


Рис. 2: Кинематическая схема процесса $2 \rightarrow 2$ для механизма реакции $g + g \rightarrow H(c\bar{c}) + \gamma$, которые рассматриваются в данной работе. Здесь $H(c\bar{c})$ - некоторое связанное состояния пары $c\bar{c}$. Области 1, 2 обозначенные заштрихованными кругами - это области непертурбативного процесса "извлечения" свободного партона из адрона. Область заштрихованного круга 4 - это область непертурбативного процесса связывания пары кварка и анти-кварка. Область заштрихованный круг 3 - это область пертурбативного партонного процесса, учитывающего все фейнмановские диаграммы в лидирующем порядке теории возмущений.

Учитывая явную запись q_1^μ, q_2^μ и соотношения $q_i^0 \pm q_i^3 = m_{iT} e^{\pm y_i}$, $m_{iT} = \sqrt{q_{iT}^2 + m_i^2}$, в коллинейрной партонной модели, можно записать кинематические инварианты:

$$\hat{s} = x_1 x_2 S; \quad \hat{t} = m_3^2 - x_1 \sqrt{s} m_T e^{-y_3}; \quad \hat{u} = m_3^2 - x_2 \sqrt{s} m_T e^{y_3} \quad (7)$$

Аналогичным образом запишем кинематические инварианты в обобщенной партонной модели:

$$\begin{cases} \hat{s} = x_1 x_2 S - 2|q_{1t}| |q_{2t}| \cos(\phi_2) + \frac{q_{1t}^2 q_{2t}^2}{x_1 x_2 S}, \\ \hat{t} = m^2 + 2|q_{1t}| |q_{3t}| \cos(\phi_3) - \sqrt{S} m_{3t} x_1 e^{-y_3} - \frac{q_{1t}^2 m_{3t} e^{y_3}}{\sqrt{S} x_1}, \\ \hat{u} = m^2 + 2|q_{2t}| |q_{3t}| \cos(\phi_3 - \phi_2) - \sqrt{S} m_{3t} x_2 e^{y_3} - \frac{q_{2t}^2 m_{3t} e^{-y_3}}{\sqrt{S} x_2}, \end{cases} \quad (8)$$

где ϕ_2, ϕ_3 - углы между $\vec{q}_{1T}, \vec{q}_{2T}$ и $\vec{q}_{1T}, \vec{q}_{3T}$ соответственно.

Приведем вывод формулы полного сечения. Следуя теории рассеяния полное сечение партонного процесса запишется, как:

$$\hat{\sigma} = \int (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q_3 - q_4) \frac{|\bar{M}|^2}{J} \frac{d^3 q_3}{(2\pi)^3 2q_3^0} \frac{d^3 q_4}{(2\pi)^3 2q_4^0}$$

Получим аналитическую формулу полного сечения реакции для процесса $2 \rightarrow 2$. Пусть 4-я частица безмассовая, тогда воспользуемся соотношением $d^3q_4/2q_4^0 = \int \delta(q_4^2)d^4q_4$ и снимем интегрирование по d^4q_4 по определению дельта функции:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{8\pi^2} \delta((q_1 + q_2 - q_3)^2) \frac{|\bar{M}|^2 d^3q_3}{J q_3^0} = \frac{1}{8\pi^2} \delta((q_1 + q_2 - q_3)^2) \frac{|\bar{M}|^2}{J} q_{3T} dq_{3T} d\phi_3 dy_3,$$

где ϕ_3 - угол между q_{3T} и q_{1T} , y_3 - быстрота, которая определяется формулой $y = \frac{1}{2} \log \frac{q^0 + q^3}{q^0 - q^3}$.

Используя закон сохранения 4-импульса аргумент дельта-функции можно выразить через кинематические инварианты Мандельштама и массы частиц $K(x_2) = \hat{s} + \hat{t} + \hat{u} - \sum_{i=1}^4 m_i^2$.

Допустим, что начальные партоны все одного типа, так выпишем формулу для сечения процесса и по определению дельта-функции сложного аргумента снимем интегрирование по x_2 . Как x'_2 обозначим больший корень решения уравнения $K(x_2) = 0$. Также снимем интегрирование по углу, в КПМ по ϕ_3 в ОПМ по ϕ_1 . Проинтегрировать по углам можно, так как подынтегральные выражения не зависят от соответствующих углов:

- В КПМ

$$\sigma_{\text{КПМ}} = \int_0^1 dx_1 \int dq_{3T} dy_3 \times f(x_1, Q) f(x'_2, Q) \frac{|\bar{M}|^2 q_{3T}}{8\pi \hat{s} \left. \frac{\partial K}{\partial x_2} \right|_{x_2=x'_2}} \quad (9)$$

- В ОПМ

$$\sigma_{\text{ОПМ}} = \int_0^1 dx_1 \int dq_{1T} dq_{2T} d\phi_2 dq_{3T} d\phi_3 dy_3 \times F(x_1, q_{1T}, Q) F(x'_2, q_{2T}, Q) \frac{|\bar{M}|^2 q_{1T} q_{2T} q_{3T}}{8\pi \hat{s} \left. \frac{\partial K}{\partial x_2} \right|_{x_2=x'_2}} \quad (10)$$

3.3 Численное интегрирование методом Монте-Карло

Для вычисления многомерных интегралов, которые фигурируют в мастер-формулах мы будем использовать пакет многомерного интегрирования методом Монет-Карло CUBA. [10] Пакет CUBA предоставляет возможности для вычисления интегралов вида $I = \int_0^1 f(x) d^n x$. Чтобы преобразовать мастер-формулы к необходимому виду, необходимо рассчитать якобиан $J(x)$ преобразования многомерного интегрирования $I = \int f(y) d^n y = \int_0^1 f(x) J(x) d^n x$ по известным правилам пересчета пределов многомерного интегрирования.

Мы будем использовать процедуру Suave, которую предоставляет пакет CUBA. В основу этой процедуры лег генератор чисел Соболя и алгоритм глобальное адаптивное разбиение. Алгоритм глобального адаптивного разбиения носит итеративных характер и улучшает сходимость путем разбиения области интегрирования на подобласти в которых происходит генерация

новых точек. Чем хуже сходится область, тем на большее число подобластей она будет разбита в следующей итерации и тем больше точек будет разбросано в область.

Для имитации конечного размера детекторов будем использовать метод усреднения по бинам, то есть представим среднее дифференциальное сечение по величине K в некотором бине в виде:

$$\frac{d\sigma}{dK} = \frac{1}{K_{max} - K_{min}} \int T(x)\theta(K - K_{min})\theta(K_{max} - K)dK, \quad (11)$$

где K_{min}, K_{max} - границы бина, $T(K)$ - такая функция K , что $\int T(K)dK = \sigma$.

4 Результаты

4.1 Асимптотическая сходимость ОПМ к КПМ

Одним из критериев, который может придать нам уверенности в правильности обобщенной партонной модели является её асимптотическая сходимость к коллинеарной партонной модели. Модифицированные партонные функции распределения сходятся к коллинеарным партонным функциям если $\langle q_T^2 \rangle \rightarrow 0$, как следствие экспонента "давит" большую часть событий рождение партонов с поперечным импульсом $q_T > 0$, то есть в асимптотике имеются только партоны с $q_T = 0$, что соответствует коллинеарной партонной модели. Проверим, что такая асимптотическая сходимость выполняется для дифференциальных сечений рассчитанных в этих моделях.

Расчетные данные представлены на (Рис. 3). Этот набор графиков демонстрирует, что в пределе $\langle q_T^2 \rangle \rightarrow 0$ дифференциальное сечение в ОПМ сходится к коллинеарному пределу.

4.2 Распределение событий по $p_{T\gamma}$ в распадах Р-волновых состояний

Мы провели исследование распределения поперечного импульса фотонов, образующихся от распадов Р-волновых состояний. Для этого, вычислялись энергия и модуль 3-импульса J/ψ и фотона в системе покоя Р-волнового состояния. Это можно сделать даже без привлечения теории поля, так как простой процесс распада в системе покоя можно описать используя только релятивистскую теорию.

По закону сохранения 4-импульса в системе покоя Р-волнового состояния можно записать

$(m_P, 0) = (\varepsilon_{J/\psi}, \vec{q}_{J/\psi}) + (\varepsilon_\gamma, \vec{q}_\gamma)$. Отсюда получим систему:

$$\begin{cases} m_P = \varepsilon_{J/\psi} + \varepsilon_\gamma \\ \vec{q}_{J/\psi} = -\vec{q}_\gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_P = \sqrt{m_{J/\psi}^2 + \vec{q}_{J/\psi}^2} + |\vec{q}_\gamma| \\ |\vec{q}_{J/\psi}| = |\vec{q}_\gamma| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |\vec{q}_{J/\psi}| = |\vec{q}_\gamma| = \frac{m_P^2 - m_{J/\psi}^2}{2m_P} \\ \varepsilon_\gamma = |\vec{q}_\gamma| \\ \varepsilon_{J/\psi} = \sqrt{m_{J/\psi}^2 + \vec{q}_{J/\psi}^2} \end{cases}$$

Для распада $\chi_{c0} \rightarrow J/\psi + \gamma$ в системе покоя χ_{c0} энергия и импульс равны $\varepsilon_\gamma = |\vec{q}_{J/\psi}| = |\vec{q}_\gamma| = 0.303$ ГэВ, $\varepsilon_{J/\psi} = 3.112$ ГэВ. Для распада $\chi_{c2} \rightarrow J/\psi + \gamma$: $\varepsilon_\gamma = |\vec{q}_{J/\psi}| = |\vec{q}_\gamma| = 0.43$ ГэВ, $\varepsilon_{J/\psi} = 3.127$ ГэВ. Направление оси, вдоль которой летят продукты распада определяется генератором случайных чисел с последующим пересчетом случайных величин к равномерной генерации направлений $\cos \theta = 2\xi_1 - 1$, $\phi = 2\pi\xi_2$. Здесь ξ_1, ξ_2 - случайные числа в диапазоне $(0, 1)$ генерированные алгоритмом вихрь Мерсенна, разработанный в 1997 году японскими учёными Макото Мацумото и Такудзи Нисимура.

Для того, чтобы перейти в систему покоя центра масс начальных пучков нужно сделать обратный Лоренцевский буст из системы покоя Р-волнового состояния.

$$\begin{cases} \varepsilon = \gamma(\varepsilon' + (\vec{q}'\vec{n})V) \\ \vec{q} = \vec{q}' + [(\gamma - 1)(\vec{q}'\vec{n}) + \gamma\varepsilon'V]\vec{n} \end{cases},$$

здесь γ - лоренцевский фактор, \vec{n} - единичный вектор направления скорости Р-волновой частицы в системе покоя центра масс пучков, V - скорость Р-волновой частицы. Штрихованные величины относятся к системе покоя Р-волнового, не штрихованные к системе покоя центра масс начальных частиц.

Так как мы исследуем распределение по $q_{T\gamma}$, то всё равно останутся кинематические ограничения на $y_{J/\psi}$, $q_{TJ/\psi}$ и быстроту y_γ .

Плотность распределения $f(x) = N_{in}/N$ построена на (Рис. 4). Для обоих распадов видно, что поперечный импульс преимущественно меньше 1.2 ГэВ, следовательно все события будут срезаны кинематическим условием $2 \text{ ГэВ} < q_{T\gamma} < 6 \text{ ГэВ}$ и сечение ассоциативного рождения $J/\psi + \gamma$ будет пренебрежимо мало.

Можно подвести выводы пункта:

- Механизм реакции $g+g \rightarrow \chi_{c0,2}, \chi_{c0,2} \rightarrow J/\psi + \gamma$ не дает вклада в ассоциативное рождение $J/\psi + \gamma$.

- За счет малости наиболее вероятного q_T можно рассматривать распады инклюзивно $H(c\bar{c}) \rightarrow J/\psi + X$.

4.3 Выделение основного вклада

Есть много механизмов по которым может происходить ассоциативное рождение $J/\psi + \gamma$. В данной работе мы рассматриваем:

- Прямое рождение

$$g + g \rightarrow J/\psi + \gamma$$

- Рождение через распад вышележащих по энергии состояний

$$g + g \rightarrow \psi(2S) + \gamma, \psi(2S) \rightarrow J/\psi + X$$

$$g + g \rightarrow \chi_{c1} + \gamma, \chi_{c1} \rightarrow J/\psi + X$$

- Рождение через распад вышележащих по энергии состояний с фрагментацией глюона в жесткий фотон ($g \rightarrow \gamma$)

$$g + g \rightarrow J/\psi + g(\rightarrow \gamma)$$

$$g + g \rightarrow \psi(2S) + g(\rightarrow \gamma), \psi(2S) \rightarrow J/\psi + X$$

$$g + g \rightarrow \chi_{cj} + g(\rightarrow \gamma), \chi_{cj} \rightarrow J/\psi + X, j = 0, 1, 2$$

Матричные элементы этих партонных процессов хорошо известны. Не будем повторять их вывод, а только выпишем явный вид, с указанием источников в приложении Б.

Так как мы получили результат, что фотоны от распадов мягкие и условились рассматривать инклюзивный распады Р-волновых состояний, то в этом приближении примем:

- Быстрота не меняется, то есть $y_{\chi_{cj}} = y_{J/\psi}$.
- Справедливо приближенное соотношение $p_{T\chi_{cj}}/m_{\chi_{cj}} = p_{TJ/\psi}/m_{J/\psi}$.

Это позволит нам отказаться от ”реального” моделирования распада Р-волнового состояния с последующим обратным бустом, и расчеты упростятся. Уменьшение сечения от распада Р-волнового состояния легко учитывается умножением на экспериментальную вероятность распада (бренчинг). Все необходимые бренчинги выпишем в приложении А.

Рассчитаем дифференциальное сечение $d\sigma/dq_{TJ/\psi}$ для всех упомянутых процессов. Результаты можно увидеть на (Рис. 5).

Прямой численный расчет показывает, что процессы идущие с фрагментацией $g \rightarrow \gamma$ оказываются пренебрежимо малы по сравнению с главным вкладом в лидирующем порядке. Это происходит потому, что фрагментированный фотон уносит только часть импульса глюона. Можно оценить среднюю долю, которую уносит фотон $\langle z \rangle = 4.95 \times 10^{-3}$. Видно, что фотон в среднем уносит малую долю импульса глюона, как следствие фотон достаточно мягкий. В дальнейшем будем учитывать только главный процесс "прямое рождение" и процессы, дающие около 10% вклада, идущие через распад χ_{c1} и $\psi(2S)$.

4.4 Предсказания при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ

Используя обобщенную партонную модель, модель цветовых синглетов, приближение "фотоны от распадов P-волновых состояний мягкие" рассчитаем дифференциальные сечения ассоциативного рождения $J/\psi + \gamma$ в лидирующем приближении.

На (Рис. 6, 7) можно видеть результаты расчета сечений по $q_{TJ/\psi}, q_{T\gamma}$. Рассчитан также коридор погрешности по жесткому масштабу, вариации масштаба фактором 2 для результирующего полного сечения. Коридор погрешности по жесткому масштабу иллюстрирует теоретическую погрешность неопределенности жесткого масштаба.

На (Рис. 8, 9) представлен расчет дифференциальных сечений по быстротам конечных частиц. Можно заметить, что хотя в основных кинематических ограничениях быстрота ограничена $-3 < y < 3$, основное число событий сфокусировано в диапазоне $-1.5 < y < 1.5$.

График дифференциального сечения по инвариантной массе частиц $M = (q_{J/\psi} + q_{\gamma})^2$ представлен на (Рис. 10). Заметим, что сечения по инвариантной массе нулевые в области малых масс. Так происходит за счет кинематического условия на инвариантную массу. Инвариантная масса должны быть как минимум больше массы J/ψ -мезона.

Запишем более точное условие, раскрыв определение инвариантной массы в системе покоя центра масс соответствующих частиц:

$$M = (q_{J/\psi} + q_{\gamma})^2 = (q_{J/\psi}^0 + q_{\gamma}^0)^2 > (\sqrt{m_{J/\psi}^2 + q_{TJ/\psi}^{min\ 2}} + q_{T\gamma}^{min})^2, \quad (12)$$

где $q_{TJ/\psi}^{min}$ и $q_{T\gamma}^{min}$ - минимальные границы кинематических ограничений на поперечный импульс.

Также были рассчитаны корреляции $|\vec{q}_{TJ/\psi} + \vec{q}_{\gamma}|, \Delta y, \Delta\phi$. Результаты на (Рис. 11, 12, 13). За-

метим, что корреляции Δy , $\Delta\phi$ в коллинеарной партонной модели представляют собой δ -пики. Как следствие, можно заметить, что график по Δy представляет собой размазанный пик, с максимумом в нуле, а график по $\Delta\phi$ размазанный пик с максимумом в π . Также заметим, что график дифференциального сечения по $|\vec{q}_{TJ/\psi} + \vec{q}_\gamma|$ в нуле сильно уменьшается до некоторого конечного предела. Так происходит, потому, что большая часть событий ”срезается” общими кинематическими ограничениями, а именно, ограничением на поперечный импульс фотона $2 \text{ ГэВ} < q_{T\gamma} < 6 \text{ ГэВ}$. Вклад при малом полном поперечном импульсе дают события, когда $\vec{q}_{TJ/\psi} \uparrow\downarrow \vec{q}_\gamma$ и $|\vec{q}_{TJ/\psi}| \simeq |\vec{q}_\gamma|$

4.5 Вариация параметра ОПМ $\langle q_T^2 \rangle$

При появлении новых экспериментальных данных появится возможность уточнить оценку параметра $\langle q_T^2 \rangle$. Данную задачу можно описать, как подбор подходящего параметра, для экспериментальных данных. Так как данная работа сосредоточена на теоретических предсказаниях, оценках будущего эксперимента, целесообразно провести варьирование параметра для получения коридора вариации. Будем варьировать в пределах $\langle q_T^2 \rangle \in [0.8, 1.2]$.

Рассчитанные данные представлены графиками (Рис. 14-21). По сечениям видно, что корреляции более чувствительны к вариации параметра $\langle q_T^2 \rangle$, чем дифференциальные сечения по $q_{TJ/\psi}$, $q_{T\gamma}$, $y_{J/\psi}$, y_γ . Следовательно исследование корреляций может предоставить более точные данные оценки феноменологического параметра $\langle q_T^2 \rangle$.

5 Выводы

В данной работе преимущественно с применением обобщенной партонной модели рассчитаны дифференциальные сечения ассоциативного рождения $J/\psi + \gamma$ по поперечным импульсам ($d\sigma/dq_{TJ/\psi}$, $d\sigma/dq_{T\gamma}$), быстротам ($d\sigma/dy_{J/\psi}$, $d\sigma/dy_\gamma$) и инвариантной массе ($d\sigma/dM$), в лидирующем приближении. Рассчитаны корреляции J/ψ -мезонов и фотонов по быстротам ($d\sigma/d|y_{J/\psi} - y_\gamma|$), углам ($d\sigma/d|\phi_{J/\psi} - \phi_\gamma|$) и полному поперечному импульсу ($d\sigma/d|\vec{q}_{TJ/\psi} + \vec{q}_\gamma|$). Для дифференциальных сечений рассчитаны теоретические погрешности, связанные с неопределенностью жесткого масштаба. Также рассчитаны коридоры вариации феноменологического параметра $\langle q_T^2 \rangle$, характеризующего распределение поперечных импульсов глюонов в протоне. Коллинеарная партонная модель использовалась, для подтверждения сходимости ОПМ к КПМ в

пределе $\langle q_T^2 \rangle \rightarrow 0$.

Список использованных источников

- [1] Mangano, M. L. Introduction to QCD [Text] / M. L. Mangano // Theoretical Physics, CERN. – 1999.
- [2] Greensite, J. An introduction to the confinement problem [Text] / J. Greensite // Berlin, Springer. - 2011. – Т. 821.
- [3] Gross, D.J. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories [Text] / D.J. Gross, F. Wilczek // Physical Review Letters. - 1973. - 30 (26): p. 1343–1346.
- [4] Politzer, H.D. Reliable perturbative results for strong interactions [Text] / H.D. Politzer // Physical Review Letters. - 1973. - 30 (26): p. 1346–1349.
- [5] Пескин, М. Е. Введение в квантовую теорию поля [Текст] / М. Е. Пескин, Д. В. Шредер - Научно-издательский центр ”Регулярная и хаотическая динамика”– 2001.
- [6] Owens, J. F. Parton distribution functions of hadrons [Text] / J. F. Owens, W. Tung // Annual Review of Nuclear and Particle Science. – 1992. – Т. 42. – №. 1. – С. 291-332.
- [7] Martin A. D. Parton distributions for the LHC [Text] / A. D. Martin et al. // The European Physical Journal C. – 2009. – Т. 63. – №. 2. – С. 189-285.
- [8] Collins J. C. Factorization of hard processes in QCD [Text] / J. C. Collins, D. E. Soper, G. Sterman // Perturbative QCD. – 1989. – С. 1-91.
- [9] Karpishkov A. V. Estimates for the single-spin asymmetries in the $p \uparrow p \rightarrow J/\psi X$ process at PHENIX RHIC and SPD NICA [Text] / A. V. Karpishkov, V. A. Saleev, M. A. Nefedov // Physical Review D. – 2021. – Т. 104. – №. 1. – С. 016008.
- [10] Hahn T. Cuba—a library for multidimensional numerical integration [Text] / T. Hahn // Computer Physics Communications. – 2005. – Т. 168. – №. 2. – С. 78-95.
- [11] Baier R. Hadronic production of J/ψ and γ : Transverse momentum distributions [Text] / R. Baier, R. Rückl // Physics Letters B. – 1981. – Т. 102. – №. 5. – С. 364-370.

- [12] Gavai R. V. Looking for the gluonic EMC effect in associated $J/\psi + \gamma$ production [Text] / R. V. Gavai, R. M. Godbole, K. Sridhar // Physics Letters B. – 1993. – T. 299. – №. 1-2. – C. 157-164.
- [13] Gastmans R. Cross sections for gluon + gluon \rightarrow heavy quarkonium + gluon [Text] / R. Gastmans, W. Troost, T. T. Wu // Physics Letters B. – 1987. – T. 184. – №. 2-3. – C. 257-260.

6 Приложения

6.1 Приложение А. Константы

Массы состояний:

$$m_{J/\psi} = 3.0969 \text{ ГэВ}, \quad m_{\chi_{c0}} = 3.4148 \text{ ГэВ}, \quad m_{\chi_{c1}} = 3.5107 \text{ ГэВ},$$

$$m_{\chi_{c2}} = 3.5562 \text{ ГэВ}, \quad m_{\psi(2S)} = 3.6861 \text{ ГэВ}$$

Относительные ширины распадов:

$$Br(J/\psi \rightarrow e^+e^-) = 5.94 \times 10^{-2}, \quad Br(J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-) = 5.93 \times 10^{-2},$$

$$Br(\chi_{c0} \rightarrow J/\psi + X) = 1.4 \times 10^{-2}, \quad Br(\chi_{c1} \rightarrow J/\psi + X) = 3.43 \times 10^{-1},$$

$$Br(\chi_{c2} \rightarrow J/\psi + X) = 1.9 \times 10^{-1}, \quad Br(\psi(2S) \rightarrow J/\psi + X) = 6.25 \times 10^{-1}$$

Квадрат волновой функции и квадрат производной волновой функции в нуле для различных состояний $H(c\bar{c})$:

$$|R(0)|^2 = \frac{2\pi}{9} \langle O^{J/\psi} \rangle, \quad \langle O^{J/\psi} \rangle = 1.3 \text{ ГэВ}^3$$

$$R_j'^2 \equiv |R'_{\chi_{cj}}(0)|^2 = 6 * 10^{-3} M_{\chi_{cj}}^2 \text{ ГэВ}^3$$

6.2 Приложение Б. Матричные элементы

$$|\bar{M}|^2 = 16\pi\hat{s}^2 \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}$$

Из работы Гавай, Голбола и Шридхара (1993) [12]:

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(g + g \rightarrow J/\psi + \gamma) = \frac{16\pi\alpha_s^2 M |R(0)|^2}{27\hat{s}^2} \left(\frac{\hat{s}^2}{(\hat{t} - M^2)^2(\hat{u} - M^2)^2} + \frac{\hat{s}^2}{(\hat{s} - M^2)^2(\hat{u} - M^2)^2} + \frac{\hat{u}^2}{(\hat{t} - M^2)^2(\hat{s} - M^2)^2} \right)$$

Из работы Гастмана, Труста и Ву (1987) [13]:

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(g + g \rightarrow J/\psi + g) = \frac{5\pi\alpha_s^3 |R(0)|^2 M}{9\hat{s}^2} \left(\frac{\hat{s}^2}{(\hat{t} - M^2)^2(\hat{u} - M^2)^2} + \frac{\hat{s}^2}{(\hat{s} - M^2)^2(\hat{u} - M^2)^2} + \frac{\hat{u}^2}{(\hat{t} - M^2)^2(\hat{s} - M^2)^2} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(g+g \rightarrow \chi_{c0} + g) &= \frac{2\pi\alpha_s^3 R_0'^2}{M^3 \hat{s}^2} \frac{1}{[(\hat{s}-M^2)(\hat{t}-M^2)(\hat{u}-M^2)]^2} \left[8M^2 \left(\frac{\hat{t}\hat{u}(\hat{t}^4 - \hat{t}^2\hat{u}^2 + \hat{u}^4)}{(\hat{s}-M^2)^2} + \right. \right. \\ &\left. \frac{\hat{u}\hat{s}(\hat{u}^4 - \hat{u}^2\hat{s}^2 + \hat{s}^4)}{(\hat{t}-M^2)^2} + \frac{\hat{s}\hat{t}(\hat{s}^4 - \hat{s}^2\hat{t}^2 + \hat{t}^4)}{(\hat{u}-M^2)^2} \right) + 4M^4 [M^2(\hat{s}\hat{t} + \hat{t}\hat{u} + \hat{u}\hat{s}) - 5\hat{s}\hat{t}\hat{u}] + (\hat{s}\hat{t} + \hat{t}\hat{u} + \hat{u}\hat{s})^2 \times \\ &\times \left(\frac{9M^8}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}} + \frac{1}{(\hat{s}-M^2)(\hat{t}-M^2)(\hat{u}-M^2)} \{ 8M^4(\hat{s}^2 + \hat{t}^2 + \hat{u}^2) - \right. \\ &\left. \left. 16M^2\hat{s}\hat{t}\hat{u} + [1 - 9M^2(\frac{1}{\hat{s}} + \frac{1}{\hat{t}} + \frac{1}{\hat{u}})](\hat{s}^4 + \hat{t}^4 + \hat{u}^4) \} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(g+g \rightarrow \chi_{c1} + g) &= \frac{12\pi\alpha_s^3 R_1'^2}{M^3 \hat{s}^2} \frac{1}{[(\hat{s}-M^2)(\hat{t}-M^2)(\hat{u}-M^2)]^2} \left[M^2 \left(\frac{\hat{t}^2\hat{u}^2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{(\hat{s}-M^2)^2} + \frac{\hat{u}^2\hat{s}^2(\hat{u}^2 + \hat{s}^2)}{(\hat{t}-M^2)^2} + \right. \right. \\ &\left. \frac{\hat{s}^2\hat{t}^2(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{(\hat{u}-M^2)^2} \right) + \frac{2(\hat{s}^2\hat{t}^2 + \hat{t}^2\hat{u}^2 + \hat{u}^2\hat{s}^2)(\hat{s}^2\hat{t}^2 + \hat{t}^2\hat{u}^2 + \hat{u}^2\hat{s}^2 + M^2\hat{s}\hat{t}\hat{u})}{(\hat{s}-M^2)(\hat{t}-M^2)(\hat{u}-M^2)} \left. \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(g+g \rightarrow \chi_{c2} + g) &= \frac{4\pi\alpha_s^3 R_2'^2}{M^3 \hat{s}^2} \frac{1}{[(\hat{s}-M^2)(\hat{t}-M^2)(\hat{u}-M^2)]^2} \left[M^2 \left(\frac{\hat{t}^2\hat{u}^2(\hat{t}^2 + 4\hat{t}\hat{u} + \hat{u}^2)}{(\hat{s}-M^2)^2} + \right. \right. \\ &\left. \frac{\hat{u}^2\hat{s}^2(\hat{u}^2 + 4\hat{u}\hat{s} + \hat{s}^2)}{(\hat{t}-M^2)^2} + \frac{\hat{s}^2\hat{t}^2(\hat{s}^2 + 4\hat{s}\hat{t} + \hat{t}^2)}{(\hat{u}-M^2)^2} \right) + 12M^2 [3(\hat{s}^3\hat{t} + \hat{t}^3\hat{u} + \hat{u}^3\hat{s} + \hat{s}\hat{t}^3 + \hat{t}\hat{u}^3 + \hat{u}\hat{s}^3) + 4M^2\hat{s}\hat{t}\hat{u}] + \\ &\left. \frac{2(\hat{s}\hat{t} + \hat{t}\hat{u} + \hat{u}\hat{s} - M^4)(\hat{s}\hat{t} + \hat{t}\hat{u} + \hat{u}\hat{s})^2}{(\hat{s}-M^2)(\hat{t}-M^2)(\hat{u}-M^2)} [\hat{s}\hat{t} + \hat{t}\hat{u} + \hat{u}\hat{s} - 24M^4 - 6M^2(\hat{s}\hat{t} + \hat{t}\hat{u} + \hat{u}\hat{s} - M^4)(\frac{1}{\hat{s}} + \frac{1}{\hat{t}} + \frac{1}{\hat{u}})] \right] \end{aligned}$$

Сечения процессов $g+g \rightarrow \psi(2S) + \gamma$, $\psi(2S) \rightarrow J/\psi + X$ и $g+g \rightarrow \chi_{c1} + \gamma$, $\chi_{c1} \rightarrow J/\psi + X$ получены из соответствующих процессов с глюоном вместо фотона пересчетом цветового множителя. Имеет место формула:

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(g+g \rightarrow \{\chi_{c1}, \psi(2S)\} + \gamma) = \frac{6}{7} \frac{\alpha}{\alpha_s} \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(g+g \rightarrow \{\chi_{c1}, \psi(2S)\} + g)$$

6.3 Приложение В. Рисунки, результаты расчетов

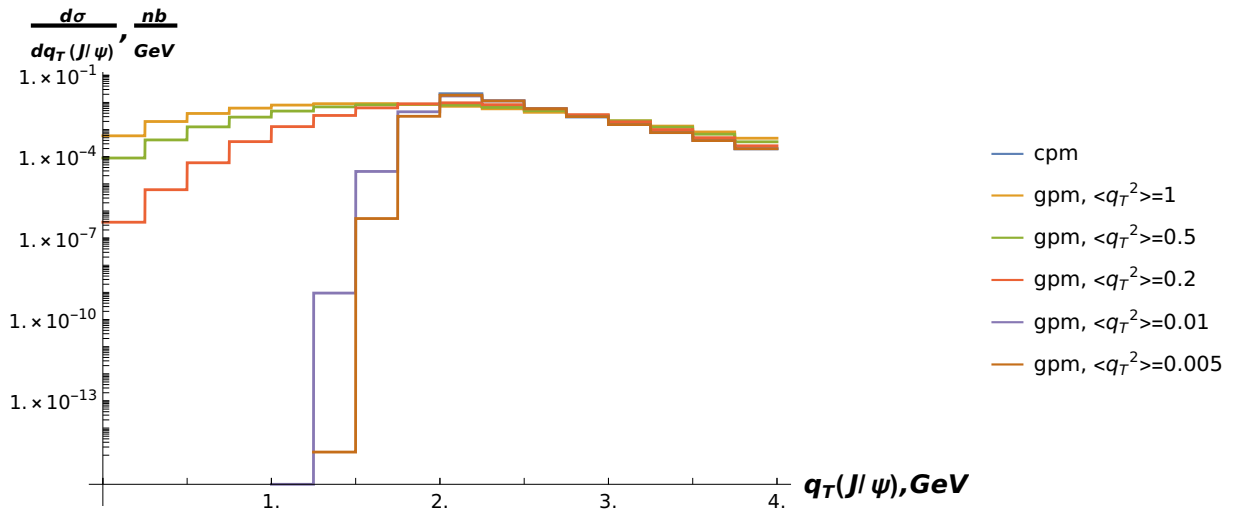


Рис. 3: Асимптотическая сходимость дифференциального сечения по $q_{TJ/\psi}$ в пределе $\langle q_T^2 \rangle \rightarrow 0$. Расчет произведен при энергии коллайдера NICA, $\sqrt{s} = 27$ ГэВ. С основными кинематическими ограничениями.

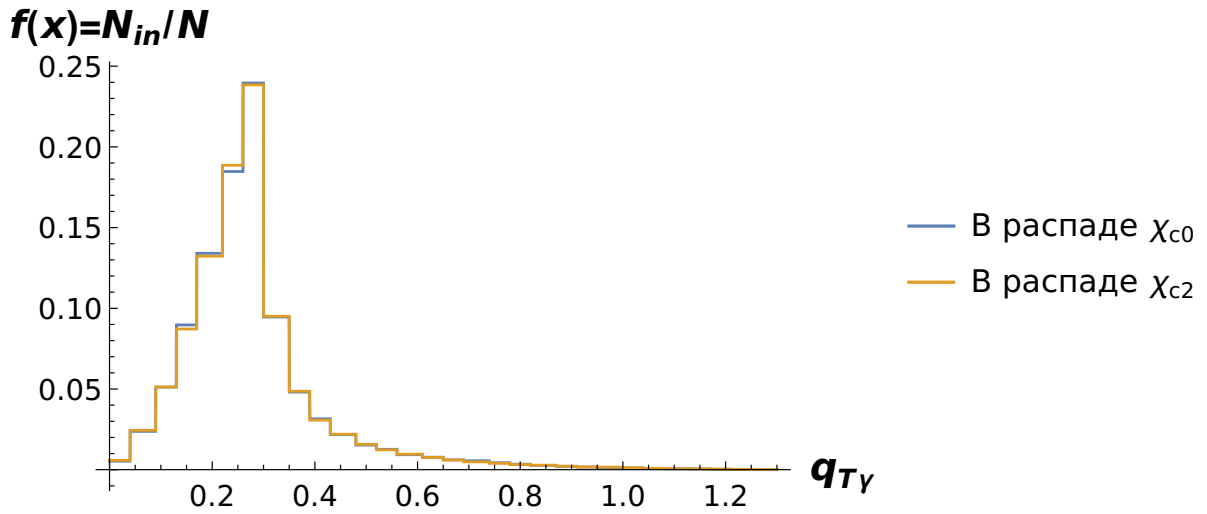


Рис. 4: Плотность распределения поперечного импульса фотона. Данная функция определяется как $f(x) = N_{in}/N$, то есть, как отношение количества событий попавший в бин к полному количеству событий. Синий - в распаде χ_{c0} , желтый - в распаде χ_{c2} . Распределения нормированы на единицу.

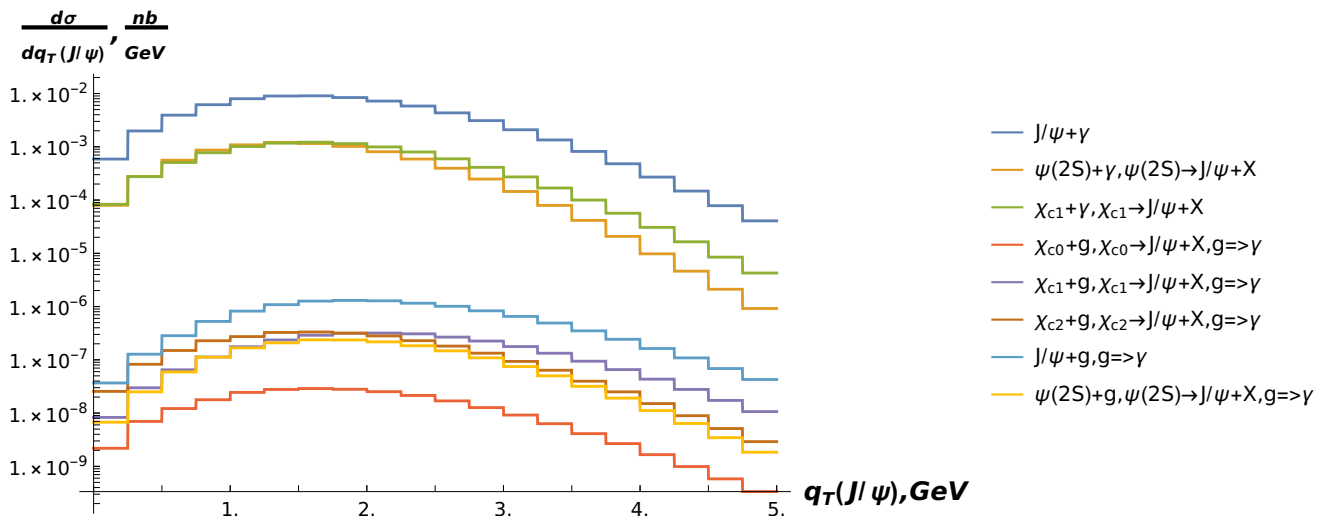


Рис. 5: Дифференциальное сечение по поперечному импульсу J/ψ -мезона $q_{TJ/\psi}$ для различных механизмов протекания процесса рождения $J/\psi + \gamma$.

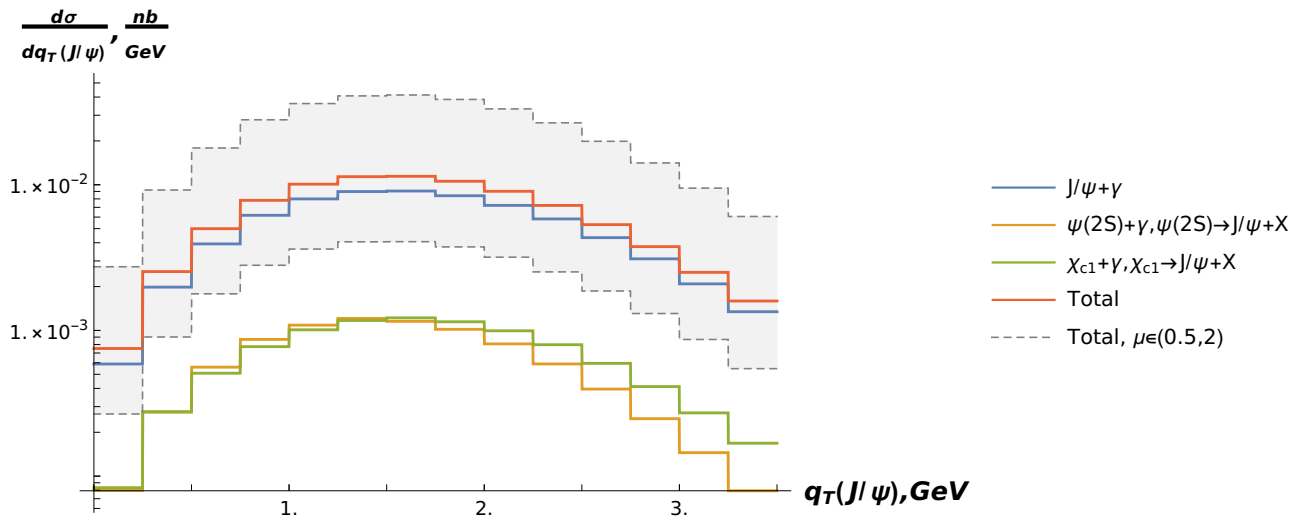


Рис. 6: Дифференциальное сечение по поперечному импульсу J/ψ -мезона $q_{T,J/\psi}$.

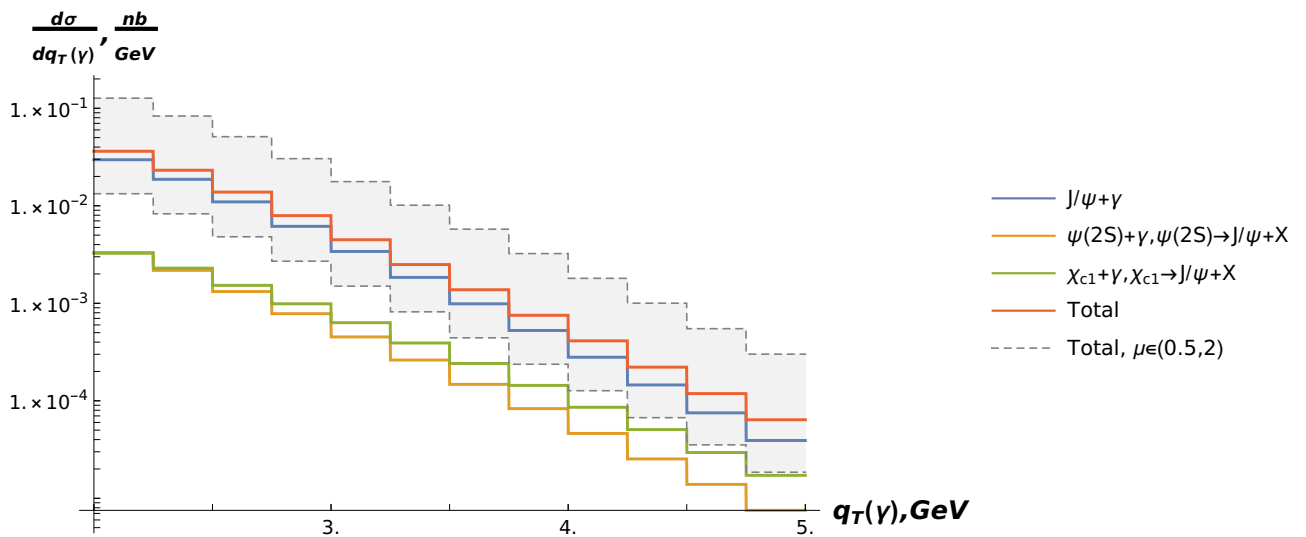


Рис. 7: Дифференциальное сечение по поперечному импульсу фотона $q_{T,\gamma}$.

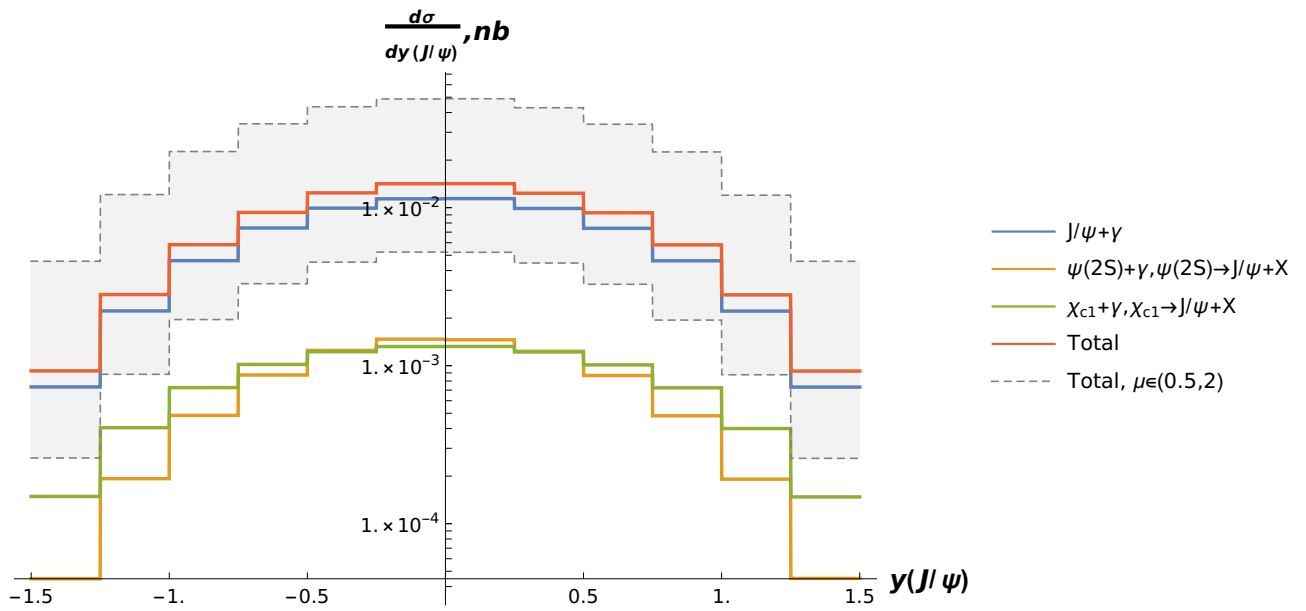


Рис. 8: Дифференциальное сечение по быстроте J/ψ -мезона $y_{J/\psi}$.

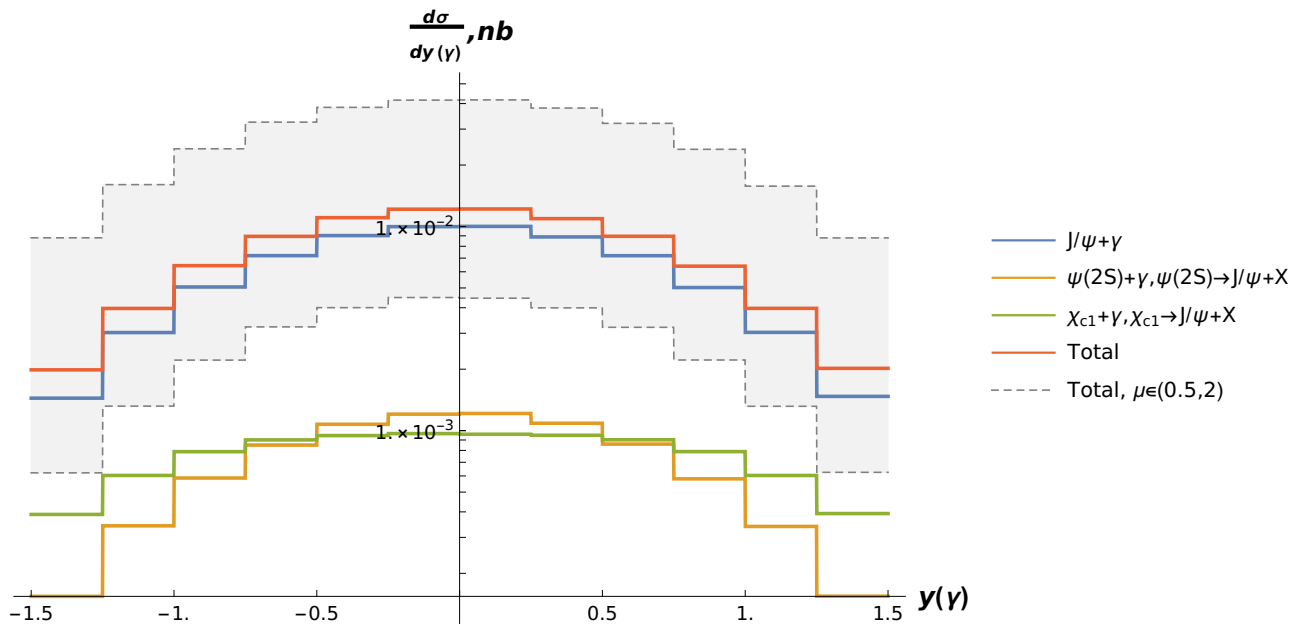


Рис. 9: Дифференциальное сечение по быстроте фотона y_γ .

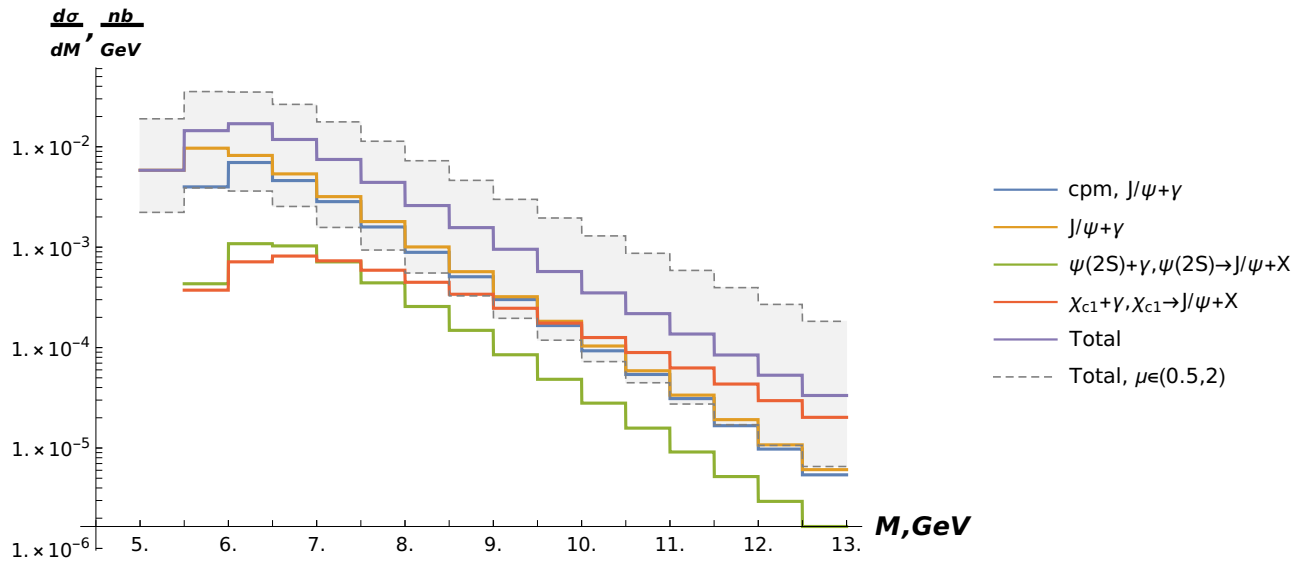


Рис. 10: Дифференциальное сечение по инвариантной массе M .

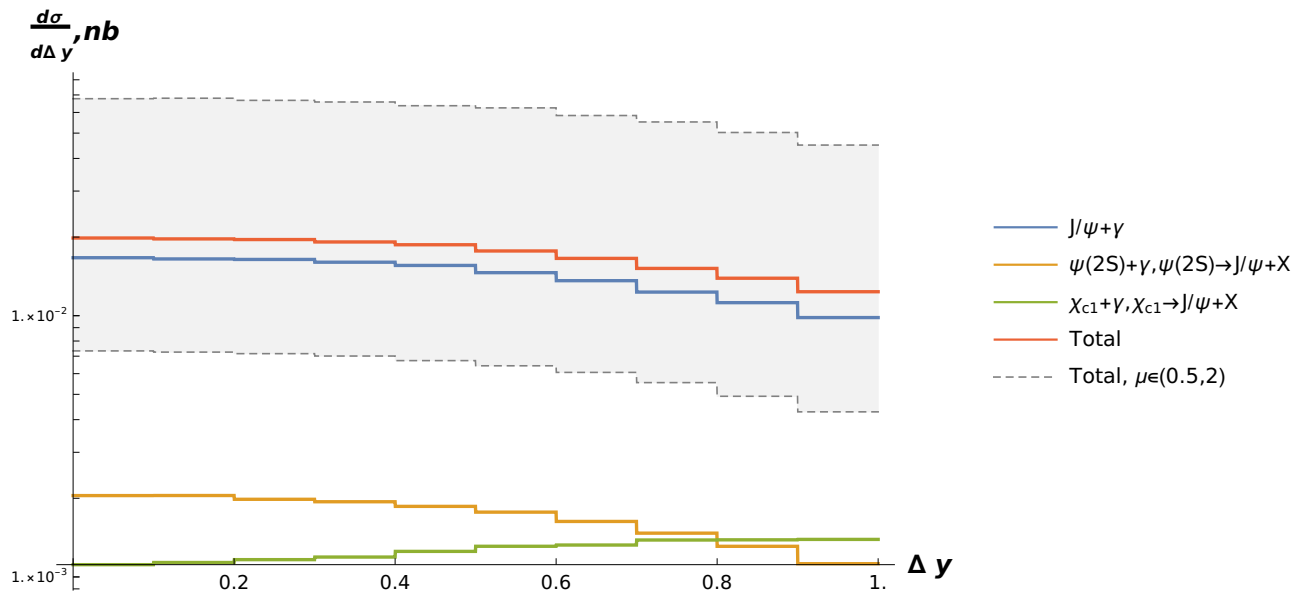


Рис. 11: Корреляция по разности быстрот $\Delta y = |y_{J/\psi} - y_\gamma|$. Представлены основные вклады и их сумма.

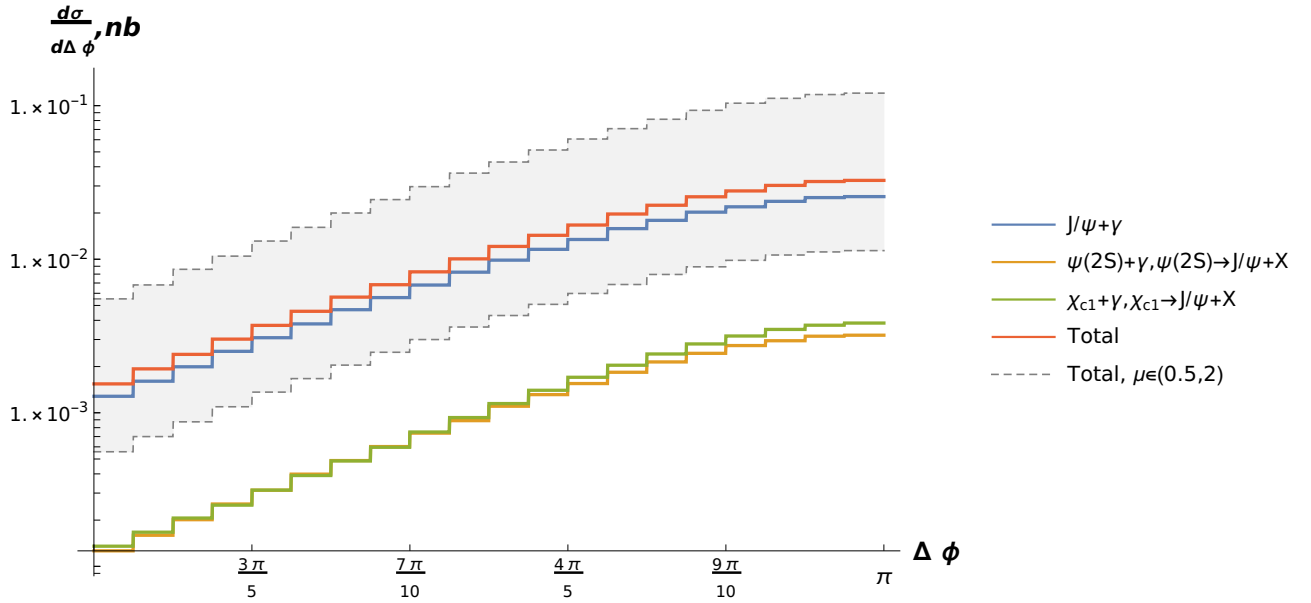


Рис. 12: Корреляция по разности азимутальных углов $\Delta\phi = |\phi_{J/\psi} - \phi_\gamma|$. Представлены основные вклады и их сумма.

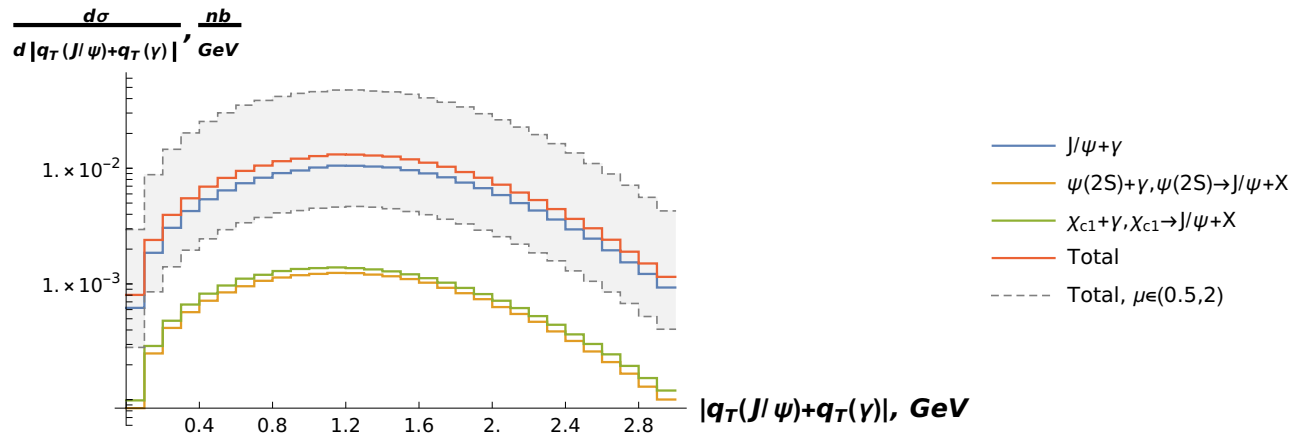


Рис. 13: Корреляция по полному поперечному импульсу частиц $|\vec{q}_{TJ/\psi} + \vec{q}_\gamma|$. Представлены основные вклады и их сумма.

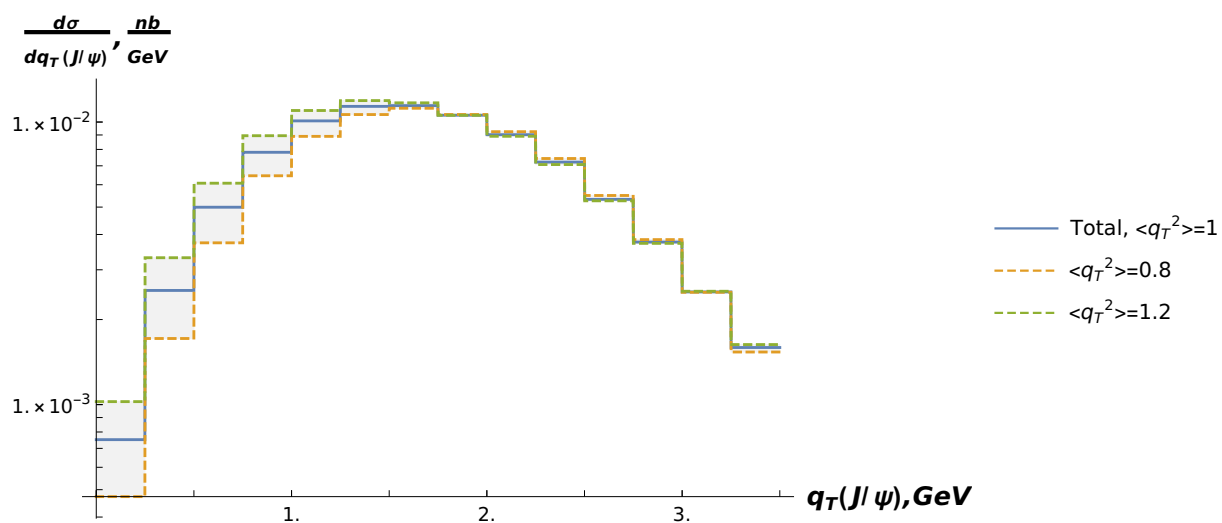


Рис. 14: Дифференциальное сечение по поперечному импульсу J/ψ -мезона $q_{TJ/\psi}$ с вариацией по параметру $\langle q_T^2 \rangle$.

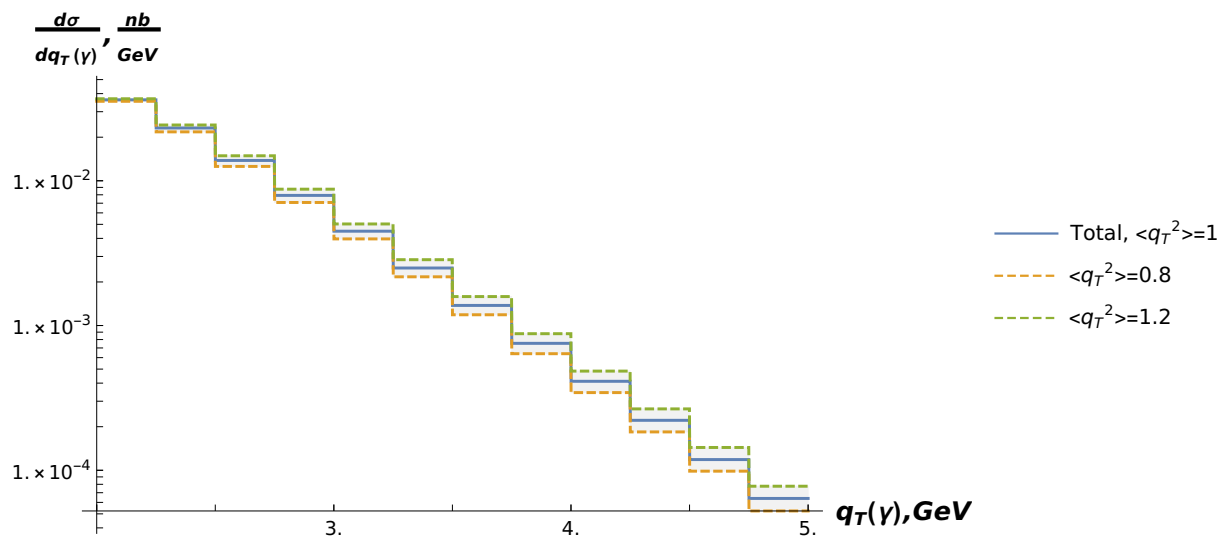


Рис. 15: Дифференциальное сечение по поперечному импульсу фотона $q_{T\gamma}$ с вариацией по параметру $\langle q_T^2 \rangle$.

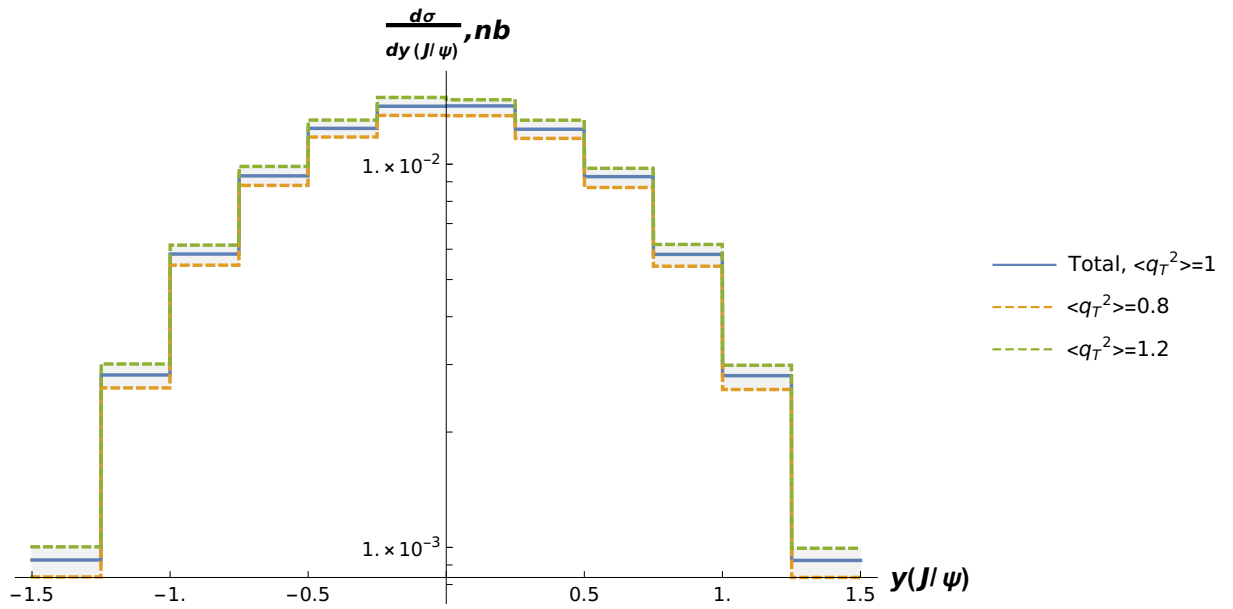


Рис. 16: Дифференциальное сечений по быстроте J/ψ -мезона $y_{J/\psi}$ с вариацией по параметру $\langle q_T^2 \rangle$.

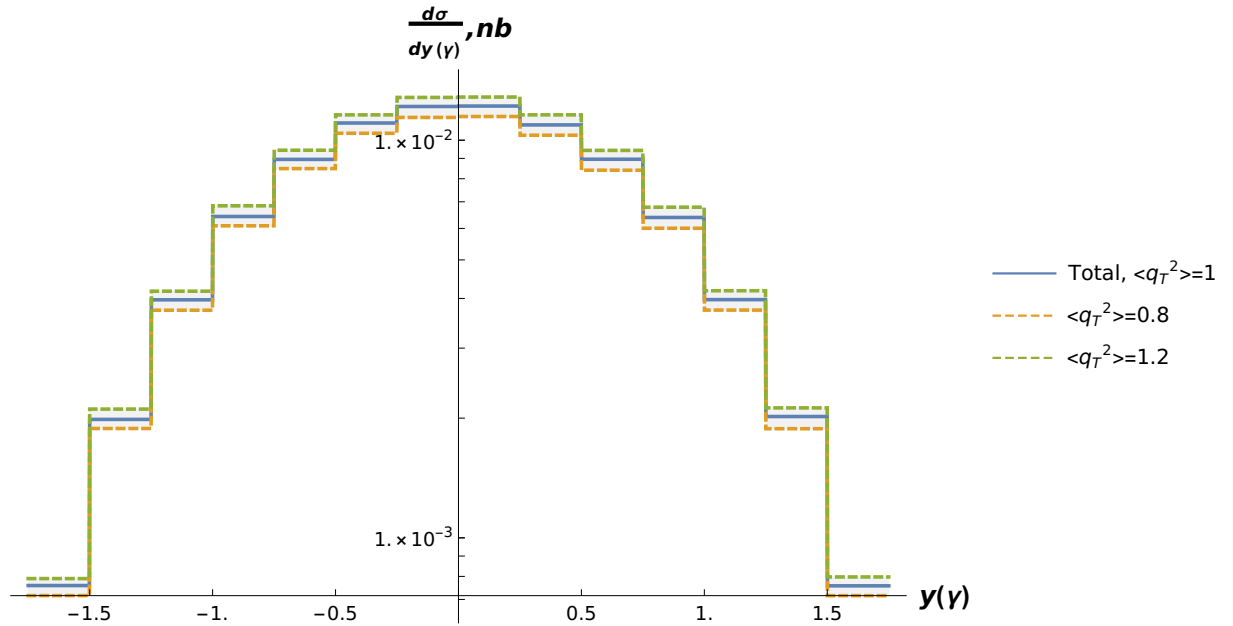


Рис. 17: Дифференциальное сечений по быстроте фотона y_γ с вариацией по параметру $\langle q_T^2 \rangle$.

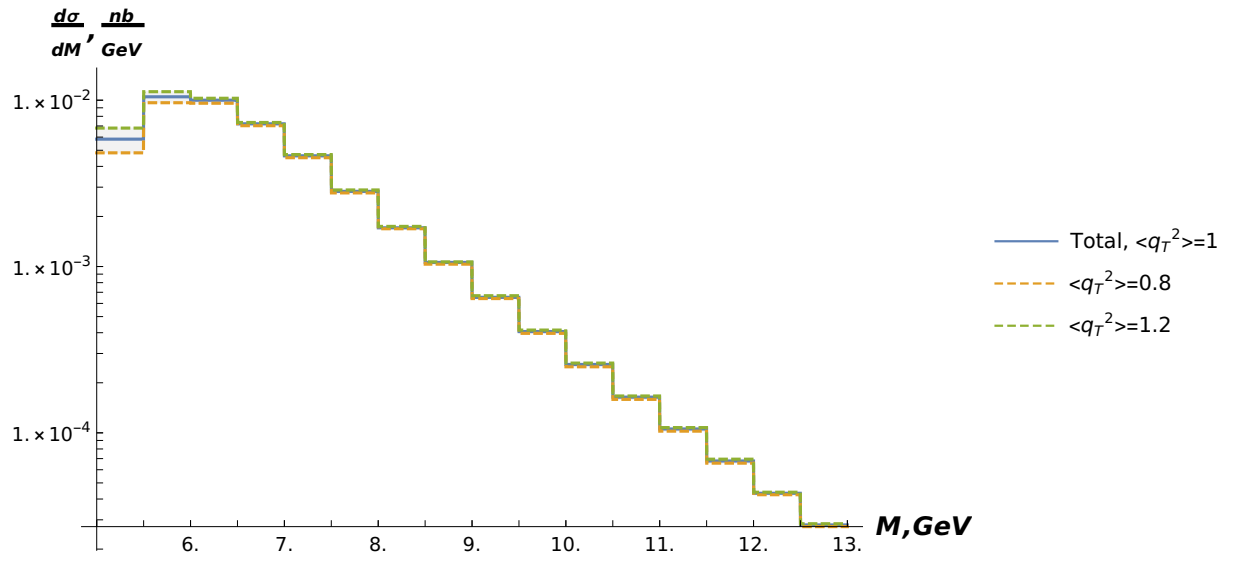


Рис. 18: Дифференциальное сечение по инвариантной массе с вариацией по параметру $\langle q_T^2 \rangle$.

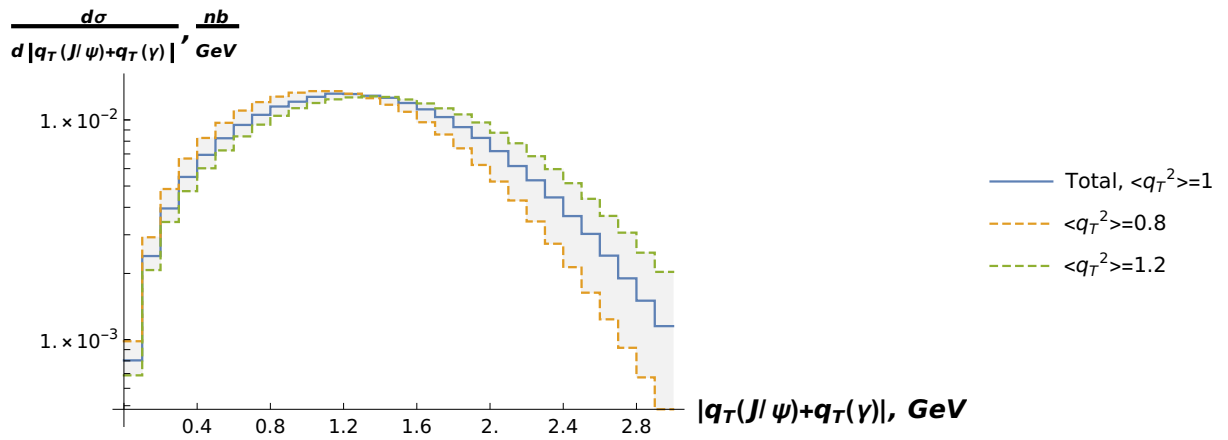


Рис. 19: Корреляция по полному поперечному импульсу частиц $|\vec{q}_{TJ/\psi} + \vec{q}_\gamma|$ с вариацией по параметру $\langle q_T^2 \rangle$.

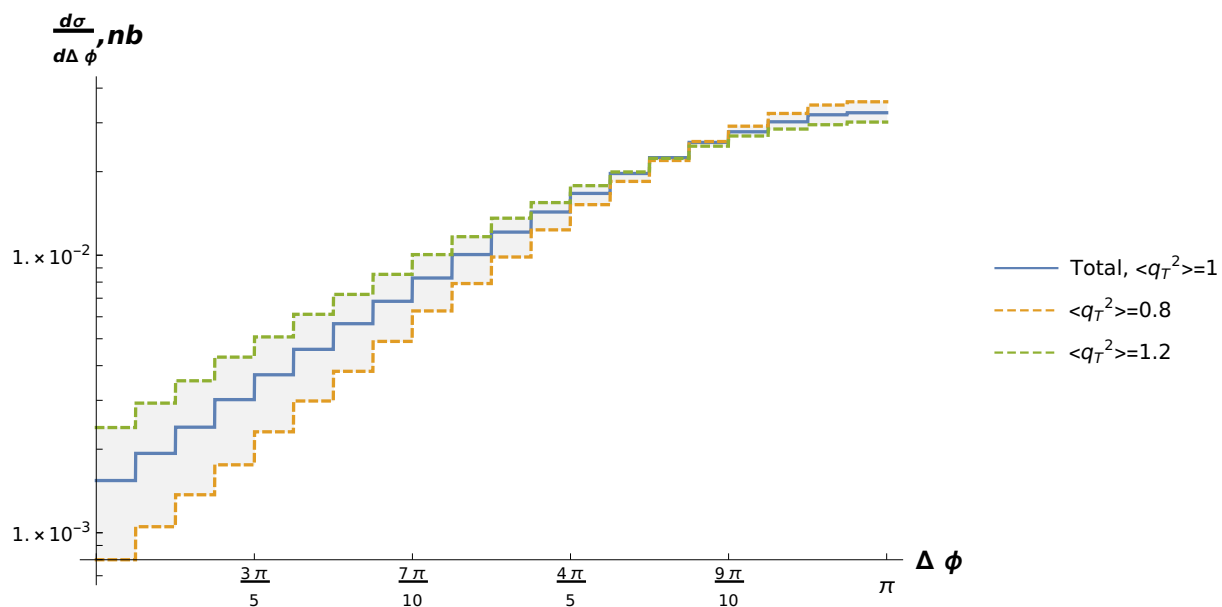


Рис. 20: Корреляция по разности азимутальных углов $\Delta\phi$ с вариацией по параметру $\langle q_T^2 \rangle$.

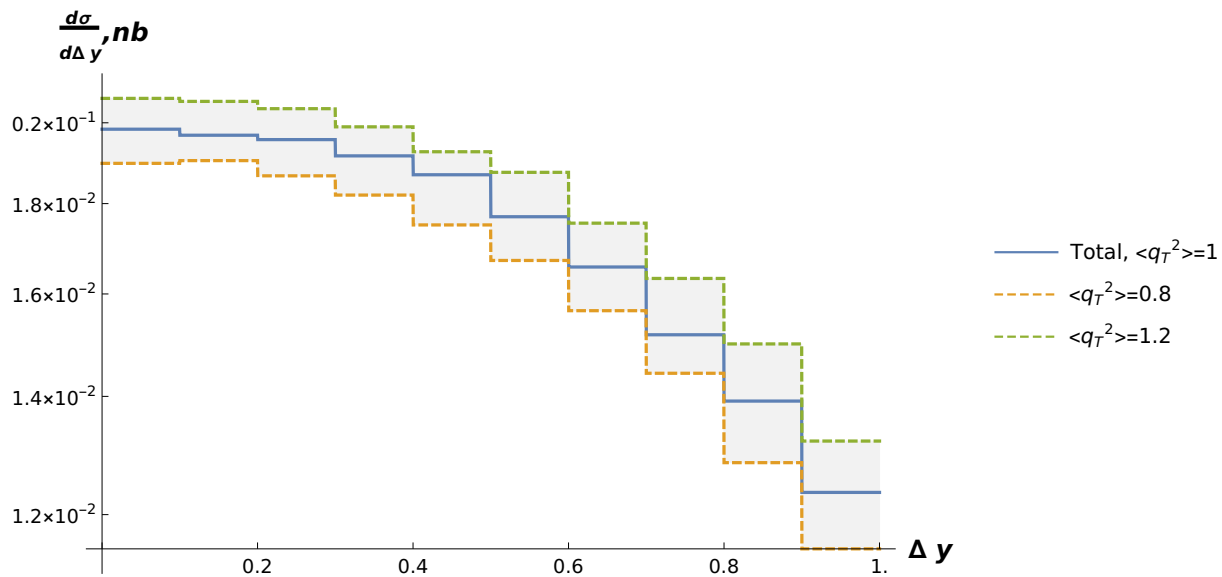


Рис. 21: Корреляция по разности быстрот Δy с вариацией по параметру $\langle q_T^2 \rangle$.